AL/2019/11/S-I(NEW/OLD)

නව/පැරණි නිර්දේශය – புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் – New/Old Syllabus

NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 S I

2019.08.28 / 0830 - 1140

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය | | | | | | | |

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න **1 - 10**) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න **11 - 17**).
* **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. සාධකවලට වෙන් කරන්න: $a^2(b-c)^3+b^2(c-a)^3+c^2(a-b)^3$.

2. (x^3-y^3) යන්න 7 න් බෙදෙයි නම් xRy මගින් $\mathbb{Z}$ නිඛිල කුලකය මත අර්ථ දැක්වෙන සම්බන්ධය R යැයි ගනිමු. R යනු $\mathbb{Z}$ මත තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව පෙන්වා, 0 හි තුල්‍යතා පන්තිය ලියා දක්වන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka.

විභාග අංකය

0181

3. $x \neq 3$ සඳහා $f(x) = \dfrac{x+2}{x-3}$ යැයි ගනිමු. f හි පරාසය ලියා දක්වා $f^{-1}(x)$ සොයන්න.

$f\left(2f^{-1}(0)\right)$ ද සොයන්න.

4. $$\begin{vmatrix} b+c & q+r & y+z \\ c+a & r+p & z+x \\ a+b & p+q & x+y \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & p & x \\ b & q & y \\ c & r & z \end{vmatrix}$$ බව පෙන්වන්න.

[හතරවැනි පිටුව බලන්න.

5. $AP = 10a$ වන පරිදි වූ P ලක්ෂ්‍යයක දී $y = \frac{1}{3}x + 3a$ රේඛාව $y^2 = 4ax$ පරාවලය ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න; මෙහි A යනු පරාවලයේ නාභියයි.

OAP ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $3a^2$ බවත් පෙන්වන්න; මෙහි O යනු මූල ලක්ෂ්‍යයයි.

6. $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ද, $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ යනු

$$f(x) = \begin{cases} a\left(1 + e^{-\frac{1}{x}}\right) & , \quad x > 0 \text{ නම්,} \\ 2 & , \quad x = 0 \text{ නම්,} \\ \dfrac{\sqrt{1+bx} - 1}{x} & , \quad x < 0 \text{ නම්,} \end{cases}$$

මගින් අර්ථ දැක්වෙන ශ්‍රිතය යැයි ද ගනිමු.

$x = 0$ හි දී $f(x)$ සන්තතික බව දී ඇත. a හා b හි අගයන් සොයන්න.

7. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 3 & , \quad x \leq 1 \text{ නම්,} \\ 5x + 2 & , \quad x > 1 \text{ නම්,} \end{cases}$

යැයි ගනිමු. $x = 1$ හි දී $f(x)$ අවකල්‍ය බව පෙන්වා $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f'(x)$ ලියා දක්වන්න.

$f'(x)$ යන්න $x = 1$ හි දී අවකල්‍ය වේ ද?

8. $\frac{dy}{dx} - y\cot x + 3\sin^2 2x = 0$ අවකල සමීකරණය, $x = \frac{\pi}{4}$ වන විට $y = 1$ අවශ්‍යතාව යටතේ විසඳන්න.

9. f හා g යනු $[0, 2]$ ප්‍රාන්තරය මත අර්ථ දැක්වෙන f' හා g යන දෙකම $[0, 2]$ මත සන්තතික හා සියලු $x \in [0, 2]$ සඳහා $xf'(x) = g(2-x)$ වන පරිදි වූ තාත්ත්වික අගයැති ශ්‍රිත යැයි ගනිමු. $f(2) = 1$ ද $\int_0^2 f(x)\,dx = 3$ ද නම්, $\int_0^2 g(x)\,dx$ සොයන්න.

10. $r = 2\cos\theta$ හා $r(\cos\theta + \sin\theta) = 1$ යන ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක මගින් දෙනු ලබන වක්‍රවල දළ සටහන්, එකම රූපයක අඳින්න.
ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යවල ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

Department of Examinations, Sri Lanka.

නව/පැරණි නිර්දේශය – புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் – New/Old Syllabus

NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 S I

B කොටස

* ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) A, B හා C යනු S සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. ඔබ භාවිත කරන කුලක වීජයෙහි ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරමින්,

(i) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$,

(ii) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

බව පෙන්වන්න.

උදාහරණයක් භාවිතයෙන්, $A \setminus (B \cup C) \neq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) තරගයක දී, පාසලක් පහත දැක්වෙන පරිදි ප්‍රභේද තුනක් සඳහා පදක්කම් ප්‍රදානය කළේ ය.

නැටුම් සඳහා පදක්කම් 45 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.

ගායනා සඳහා පදක්කම් 21 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.

ක්‍රීඩා සඳහා පදක්කම් 27 ක් ප්‍රදානය කරන ලදී.

මුළු පදක්කම්ලාභීන් සංඛ්‍යාව 54 නම් හා පුද්ගලයින් 13 දෙනකුට පමණක් වර්ග තුනෙන්ම පදක්කම් ලැබුණේ නම්, කීදෙනකුට හරියටම වර්ග දෙකකින් පදක්කම් ලැබුණේ ද?

12. (*a*) $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ යැයි ගනිමු.

සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය - ගුණෝත්තර මධ්‍යන්‍යය අසමානතාව භාවිතයෙන්, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්,

(i) $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 6$,

(ii) $x^2\left(1+y^2\right) + y^2\left(1+z^2\right) + z^2\left(1+x^2\right) \geq 6xyz$

බව පෙන්වන්න.

(*b*) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ පරිණාමනය මගින් xy-තලයේ ලක්ෂ්‍ය $x'y'$-තලයේ ලක්ෂ්‍ය බවට අනුරූපණය වේ.

ඉහත පරිණාමනය යටතේ, $y = mx + c$, $(m \neq \frac{2}{3}$ හා $c \neq 0)$ රේඛාව අචලක වන පරිදි m හි අගය සොයන්න.

$A \equiv (c, 0)$ හා $B \equiv (0, c)$ යනු xy-තලයේ ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. මෙම පරිණාමනය යටතේ ඒවායේ ප්‍රතිබිම්බ වූ A' හා B' හි ඛණ්ඩාංක සොයා, A' හා B' ලක්ෂ්‍ය $x' + y' = c$ රේඛාව මත පිහිටන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

13. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා **ද මුවාවර් ප්‍රමේයය** ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්,

(i) $\cos 5\theta = \cos^5\theta - 10\cos^3\theta\sin^2\theta + 5\cos\theta\sin^4\theta$ හා

(ii) $\sin 5\theta = \sin^5\theta - 10\cos^2\theta\sin^3\theta + 5\cos^4\theta\sin\theta$

බව පෙන්වන්න.

$\tan 5\theta = \dfrac{\tan\theta(\tan^4\theta - 10\tan^2\theta + 5)}{(1 - 10\tan^2\theta + 5\tan^4\theta)}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ සඳහා $\tan 5\theta = 0$ සමීකරණය විසඳා, $x^2 - 10x + 5 = 0$ සමීකරණයේ මූල $\tan^2\left(\dfrac{\pi}{5}\right)$ හා $\tan^2\left(\dfrac{2\pi}{5}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\sec^2\left(\dfrac{\pi}{5}\right) + \sec^2\left(\dfrac{2\pi}{5}\right) = 12$ බව පෙන්වන්න.

14. (*a*) C_1 හා C_2 යනු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා, $y = \dfrac{4x}{1+x}$ හා $y = \dfrac{2}{3}x^2$ මගින් දෙනු ලබන වක්‍ර යැයි ගනිමු. C_1 හා C_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය (ඇත්නම්) පැහැදිලිව පෙන්වමින්, C_1 හා C_2 හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න. C_1 හා C_2 මගින් ආවෘත වර්ගඵලය සොයන්න.

C_1 හා C_2 වක්‍ර මගින් ආවෘත වර්ගඵලය, x-අක්ෂය වටා සෘජුකෝණ 4 කින් පරිභ්‍රමණය කිරීමෙන් ජනනය වන ඝනයේ පරිමාවත් සොයන්න.

(*b*) $2x^2\dfrac{dy}{dx} - 2xy + y^2 = 0$ අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

15. (*a*) $I_n = \displaystyle\int_0^{2\pi} \sin^n(x+\alpha)\,dx$ යැයි ගනිමු; මෙහි α යනු තාත්ත්වික නියතයක් ද, n යනු $n \geq 2$ වන පරිදි වූ නිඛිලයක් ද වේ.

$n \geq 2$ සඳහා, $n I_n = (n-1) I_{n-2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\displaystyle\int_0^{2\pi} \left(\sqrt{3}\sin x + \cos x\right)^6 dx$ හි අගය සොයන්න.

(*b*) $y = \tan(e^{2x} - 1)$ යැයි ගනිමු.

$\dfrac{d^2y}{dx^2} = 2\dfrac{dy}{dx}\left(1 + ye^{2x}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, y හි මැක්ලෝරින් ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණය x^4 අඩංගු පදය දක්වා, එයත් ඇතුළත්ව සොයන්න.

[නවවැනි පිටුව බලන්න.

16. $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ඉලිප්සයෙහි (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $\dfrac{xx_1}{a^2}+\dfrac{yy_1}{b^2}=1$ බව පෙන්වන්න.

ඉලිප්සයට විකේන්ද්‍රික කෝණය θ වූ P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී ස්පර්ශකයේ සමීකරණය **අපෝහනය** කර, P හි දී ඉලිප්සයට අභිලම්බය, $(a \sec\theta)x-(b \operatorname{cosec}\theta)y=a^2-b^2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

T හා T' යනු ස්පර්ශකයට පිළිවෙළින් OX හා OY අක්ෂ හමුවන ලක්ෂ්‍ය යැයි ද N හා N' යනු අභිලම්බයට OX හා OY අක්ෂ හමුවන ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු.

(i) θ විචලනය වන විට NN' හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පථයෙහි සමීකරණය $4(a^2x^2+b^2y^2)=(a^2-b^2)^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) TT' හා NN' රේඛා ඛණ්ඩාංක අක්ෂවලට සමානව ආනත වන විට $\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ විකේන්ද්‍රික කෝණයෙහි අගය සොයන්න. මෙම අවස්ථාවේ දී, a හා b ඇසුරෙන් $(TT')\,(NN')$ සොයන්න.

17. (*a*) $x\in\mathbb{R}$ සඳහා $f(x)=\dfrac{\sin 2x}{2+\cos 2x}$ යැයි ගනිමු.

(i) $x\in\mathbb{R}$ සඳහා $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\le f(x)\le\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $0\le x\le\pi$ සඳහා $y=f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(*b*) පහත දැක්වෙන වගුවේ දී ඇති e^{-x^2} හි අගයන් සහිතව **සිම්සන් නීතිය භාවිතයෙන්**, $\int_0^1 e^{-x^2}\,dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

x	0	0.25	0.50	0.75	1
e^{-x^2}	1	0.9394	0.7788	0.5698	0.3679

$\int_0^1 e^{(\ln 2-9x^2)}\,dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් **අපෝහනය** කරන්න.

* * *

නව/පැරණි නිර්දේශය – புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் – New/Old Syllabus

NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 S II

2019.08.31 / 1300 - 1610

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න **1 - 10**) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න **11 - 17**).
* **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

---

* සංඛ්‍යාන වගු සපයනු ලැබේ.
* g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

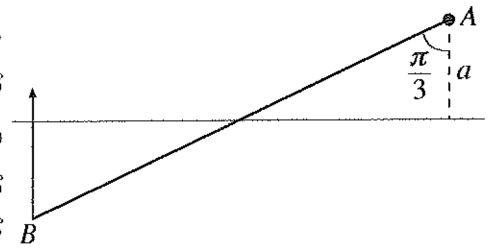
1. A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i}+2\mathbf{j}-\mathbf{k}$, $2\mathbf{i}-\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ හා $7\mathbf{i}+\alpha\mathbf{j}+\beta\mathbf{k}$ වේ. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකය OAB තලයට ලම්බ වන පරිදි α හා β නියතවල අගයන් සොයන්න.

2. විශාලත්වය 6 N වූ $\mathbf{F}$ බලයක් දෛශික සමීකරණය $\mathbf{r}=\mathbf{i}+2\mathbf{j}-4\mathbf{k}+\lambda(\mathbf{i}+2\mathbf{j}-2\mathbf{k})$ වූ රේඛාව දිගේ ක්‍රියා කරයි; මෙහි λ යනු අදිශ පරාමිතියකි. දුර මීටරවලින් මනිනු ලැබේ නම්, මූල ලක්ෂ්‍යය වටා $\mathbf{F}$ හි ඝූර්ණ දෛශිකය වූ $\mathbf{M}$, යන්න $4\sqrt{5}$ N m විශාලත්වයෙන් යුක්ත වන බව ද $\mathbf{M}\cdot\mathbf{k}=0$ බව ද පෙන්වන්න.

විභාග අංකය

0181

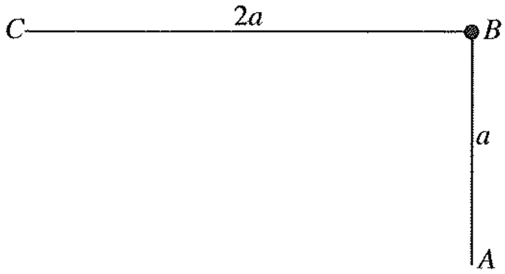
3. දිග $4a$ හා ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් A කෙළවර දී, ඝනත්වය $\sigma\left(<\dfrac{4\rho}{3}\right)$ වූ සමජාතීය ද්‍රවයක නිදහස් පෘෂ්ඨයට a උසක් ඉහළින් පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. දණ්ඩ රූපයේ දැක්වෙන පරිදි යටි අත් සිරස සමග $\dfrac{\pi}{3}$ කෝණයක් සාදමින් සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ B කෙළවරට සම්බන්ධ කළ සිරස් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගිනි. තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.



4. අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් t කාලයේ දී P අංශුවක පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{r} = a\,(\omega t - \sin \omega t)\,\mathbf{i} + a\,(\omega t - \cos \omega t)\,\mathbf{j}$ මගින් දෙනු ලැබේ; මෙහි a හා ω ධන නියත වන අතර $0 \le \omega t \le \pi$ වේ. t කාලයේ දී P හි ප්‍රවේග දෛශිකය $\mathbf{v}$ හා ත්වරණ දෛශිකය $\mathbf{f}$ සොයන්න. $\mathbf{v}\cdot\mathbf{f} = 0$ වන කාලය සොයා, එම මොහොතේ දී P හි වේගය $a\omega\left(\sqrt{2}-1\right)$ බව පෙන්වන්න.

5. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $2m$ වූ P හා Q කුඩා සුමට ගෝල දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත චලනය වෙමින් එකිනෙක සමග ගැටේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර P හා Q හි ප්‍රවේග, පිළිවෙළින් $2\mathbf{i}+\mathbf{j}$ හා $-2\mathbf{i}+3\mathbf{j}$ වේ. P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{3}$ ක් වේ. ගැටුමට මොහොතකට පසු P හා Q හි ප්‍රවේග නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

6. ස්කන්ධය m හා දිග a වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩකට, ස්කන්ධය $2m$ හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර BC දණ්ඩක්, $A\hat{B}C$ ඍජු කෝණයක් වන පරිදි දෘඪ ලෙස සම්බන්ධ කිරීමෙන් රාමුවක් සාදා ඇත. රාමුවට, B හරහා යන, රාමුවේ තලයට ලම්බ අචල සුමට තිරස් අක්ෂයක් වටා නිදහසේ භ්‍රමණය වීමට හැකි ය. BC තිරස්ව හා B ට පහළින් A ඇති පිහිටීමේ රාමුව තබා නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. භ්‍රමණ අක්ෂය වටා ABC රාමුවේ අවස්ථිති ඝූර්ණය $3ma^2$ බව උපකල්පනය කරමින්, B ට පහළින් C ඇතිව, BC සිරස් වන විට රාමුවේ කෝණික ප්‍රවේගය සොයන්න.



7. පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම වූ රතු පාට බෝල 10 ක් හා කොළ පාට බෝල 15 ක් පෙට්ටියක අඩංගුව ඇත. මෙම පෙට්ටියෙන්, සසම්භාවීව එකකට පසුව එකක් බැගින්, ප්‍රතිස්ථාපන සහිතව බෝල ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) 3 වන ඉවතට ගැනීමේ දී හෝ ඊට පෙර පළමු රතු බෝලය ලැබීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

(ii) ඉවතට ගනු ලැබූ පළමු බෝල 5 රතු පාට ඒවා බව දී ඇති විට, 8 වන ඉවතට ගැනීමේ දී පළමු කොළ බෝලය ලැබීමේ අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. එක්තරා ලේඛනයක පිටුවක ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණන මධ්‍යන්‍යය 2.1 ක් වූ පොයිසොන් ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි. සසම්භාවීව තෝරා ගත් පිටුවක

(i) හරියටම මුද්‍රණ දෝෂ 1 ක්,

(ii) අඩු තරමින් මුද්‍රණ දෝෂ 3 ක් වත්

තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[හයවැනි පිටුව බලන්න.

9. $f(x)=\begin{cases} kx(a-x^2), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{අනෙක් විට,} \end{cases}$

යැයි ගනිමු.

මධ්‍යන්‍යය $\frac{8}{15}$ වූ X සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය $f(x)$ වන පරිදි k හා a නියතවල අගයන් සොයන්න. X හි සම්මත අපගමනය $\frac{\sqrt{11}}{15}$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. X විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයක සමුච්චිත ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය, $F(x)$ යන්න $x = 1, 2, 3, 4$ සඳහා $F(x) = \frac{1}{16}(8x - x^2)$ මගින් දෙනු ලැබේ. X හි සම්භාවිතා ස්කන්ධ ශ්‍රිතය ලබාගෙන $E(X)$ සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

නව/පැරණි නිර්දේශය – புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் – New/Old Syllabus

NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 S II

B කොටස

* ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. O මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පහත වගුවේ දී ඇති පරිදි පිහිටුම් දෛශික සහිත ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන බල තුනකින් පද්ධතියක් සමන්විත වේ.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A_1	$\mathbf{r}_1 = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$	$\mathbf{F}_1 = \mathbf{i} + 4\mathbf{j} - \mathbf{k}$
A_2	$\mathbf{r}_2 = \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$	$\mathbf{F}_2 = -3\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$
A_3	$\mathbf{r}_3 = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$	$\mathbf{F}_3 = -\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$

O මූලයෙහි දී, $\pm\mathbf{F}_s,\ s = 1, 2, 3$ බල ඇතුළු කිරීමෙන් දෙන ලද පද්ධතිය O මූලයෙහි දී ක්‍රියාකරන $\mathbf{R} = \sum_{s=1}^{3}\mathbf{F}_s$ තනි බලයක් සමග දෛශික සූර්ණය $\mathbf{G} = \sum_{s=1}^{3}\mathbf{r}_s \times \mathbf{F}_s$ වූ යුග්මයකට ඌනනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

$\mathbf{R}$ හා $\mathbf{G}$ දෛශික, $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ හා $\mathbf{k}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.

පද්ධතිය විශාලත්වය $\sqrt{26}$ වූ $\mathbf{R}$ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය බව **අපෝහනය** කරන්න.

$\mathbf{F}_1$ හා $\mathbf{F}_2$ හි ක්‍රියා රේඛා $\mathbf{r}_0$ පිහිටුම් දෛශිකය සහිත එක්තරා A_0 ලක්ෂ්‍යයක දී හමුවන බව පෙන්වන්න; මෙහි $\mathbf{r}_0$ යන්න නිර්ණය කළ යුතු වේ. $\mathbf{F}_3$ හි ක්‍රියා රේඛාවත් A_0 ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව සත්‍යාපනය කරන්න.

$\mathbf{R}$ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \gamma\mathbf{R}$ ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න.

මෙම රේඛාවට xy-තලය හමුවන ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

ඒ නයින්, $\mathbf{R}$ සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ කාටීසීය සමීකරණ $\dfrac{x-6}{3} = \dfrac{y+4}{-4} = \dfrac{z}{1}$ ලෙස ලබාගත හැකි බව පෙන්වන්න.

දෙන ලද බල පද්ධතිය පිහිටන තලයේ කාටීසීය සමීකරණය $x + 3z = 0$ ලෙස ලබාගත හැකි බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

12. AB යන්න DC ට සමාන්තර ද $AB = 3a, DC = a$ හා $B\hat{A}D = A\hat{B}C = \dfrac{\pi}{4}$ ද වූ $ABCD$ ත්‍රැපීසියමක ආකාරයෙන් වූ ආස්තරයක් සමජාතීය ද්‍රවයක, AB ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨය මත වන පරිදි සිරස්ව ගිල්වනු ලැබේ. $ABCD$ ආස්තරයෙහි පීඩන කේන්ද්‍රය AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වූ E සිට $\dfrac{3a}{5}$ දුරක් සිරස්ව පහළින් ඇති බව පෙන්වන්න.

ඉහත $ABCD$ ආස්තරයේ හැඩය ඇති දොරක් AB තිරස්ව ද CD යන්න AB ට පහළින් ද ඇතිව ටැංකියක සිරස් පැත්තක් මත සාදනු ලැබේ. දොර, CD දිගේ සුමටව අසව් කර ඇත. ඝනත්වය ρ වන සමජාතීය ද්‍රවයකින් AB හි මට්ටමට ටැංකිය පුරවනු ලැබේ. ද්‍රවය ටැංකිය තුළම රඳෙන පරිදි දොර වසා තැබීමට E හි දී යෙදිය යුතු අඩුතම බලය සොයන්න.

13. එන්ජිම මගින් සෘජු තිරස් මාර්ගයක් දිගේ ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව දුම්රියක් ඇදගෙන යන අතර, ඕනෑම වේලාවක ප්‍රතිරෝධය දුම්රියේ ගම්‍යතාව මෙන් k ගුණයක් වේ; මෙහි k නියතයකි. එන්ජිම $9Mkv_0^2$ නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරයි; මෙහි M යනු එන්ජිමේ හා දුම්රියේ මුළු ස්කන්ධයයි.

(i) දුම්රියට ලබාගත හැකි උපරිම වේගය $3v_0$ බවත්

(ii) වේගය v_0 සිට $2v_0$ දක්වා වැඩි කර ගැනීමට දුම්රිය ගන්නා කාලය $\frac{1}{2k}\ln\left(\frac{8}{5}\right)$ බවත්

පෙන්වන්න.

දුම්රිය U වේගයෙන් චලනය වන විට එහි ජවය විසන්ධි කරනු ලබන අතර, ඉහත ප්‍රතිරෝධයට අමතරව F නියත රෝධක බලයක් යොදනු ලැබේ. ජවය විසන්ධි කිරීමෙන් $\frac{1}{k}\ln\left(\frac{F+MkU}{F}\right)$ කාලයකට පසු දුම්රිය නවතින බව පෙන්වන්න.

14. සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව තිබෙන ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් මේසය මත O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. කාලය $t=0$ වන විට P අංශුව O සිට a දුරකින්, තන්තුව යම්තම් නොබුරුල්ව ඇති අතර, P අංශුව, තන්තුවේ ආරම්භක රේඛාවට ලම්බ දිශාවකට විශාලත්වය $U = 2\sqrt{\frac{ga}{3}}$ වූ ප්‍රවේගයකින් මේසය දිගේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය හා O වටා කෝණික ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්

$$\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2 = U^2\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)-\frac{g}{a}(r-a)^2$$

බව පෙන්වන්න.

(i) තන්තුවේ උපරිම දිග $2a$ බව හා මෙම මොහොතේ දී තන්තුවේ ආතතිය mg බව ද

(ii) මෙම මොහොතේ දී අංශුවේ වේගය $\frac{U}{2}$ බව ද

අපෝහනය කරන්න.

$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \neq 0$ වන විට, r හා a ඇසුරෙන් $\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}$ සොයන්න.

15. (i) ස්කන්ධය M හා අරය a වූ ඒකාකාර කුහර වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක එහි අක්ෂය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය Ma^2 බව ද

(ii) ස්කන්ධය m හා අරය a වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක, කේන්ද්‍රය හරහා යන, එහි තලයට ලම්බ අක්ෂය වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\frac{1}{2}ma^2$ බව ද

පෙන්වන්න.

අරය a හා දිග $3a$ වූ සෘජු වෘත්තාකාර කුහර සිලින්ඩරයක දෙකෙළවරට එක එකක අරය a වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටි දෙකක් සවි කිරීමෙන් සංවෘත C භාජනයක්, තුනී ඒකාකාර ලෝහ තහඩුවකින් සාදා ඇත. C භාජනයෙහි අක්ෂය වටා විභ්‍රමණ අරය k යන්න, $k^2 = \frac{7}{8}a^2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

භාජනය, තිරසට ආනතිය α වූ රළු තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාවලට ලම්බව අක්ෂය තිරස්ව ඇතිව තලයේ පහළට, ලිස්සීමකින් තොරව පෙරළී යයි.

මෙම චලිතයේ දී C භාජනයේ f ත්වරණය $f = \frac{8}{15}g\sin\alpha$ මගින් දෙනු ලබන බවත්,

භාජනය හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ යන්න, $\mu > \frac{8}{15}\tan\alpha$ වන පරිදි විය යුතු බවත් පෙන්වන්න.

[නවවැනි පිටුව බලන්න.

16. (*a*) X යනු මිනිත්තු පහක ප්‍රාන්තරයක දී එක්තරා රථ ගාලකින් ඉවතට යන රථ සංඛ්‍යාව යැයි ගනිමු. X ට පහත දැක්වෙන සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය ඇතැයි සිතමු.

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	p	$2p$	$3p$	$3p$	$2p$	p

p හි අගය හා X හි අපේක්ෂිත අගය $E(X)$ සොයන්න.

X හි සම්මත අපගමනය $\frac{\sqrt{7}}{2}$ බව පෙන්වන්න.

Y යන සසම්භාවී විචල්‍යය $Y = 2X + 3$ මගින් අර්ථ දැක්වේ. Y හි අපේක්ෂිත අගය $E(Y)$ හා Y හි සම්මත අපගමනය සොයන්න.

තව ද $P(Y \geq E(Y))$ හි අගය ද සොයන්න.

(*b*) සියුම් සැත්කමකින් රෝගියකු සුව වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{2}{5}$ ක් වේ. මෙම සැත්කමට භාජනය වූ රෝගීන් 5 දෙනකු අහඹු ලෙස අධීක්ෂණය කරන ලදී.

(i) අඩුතම වශයෙන් 3 දෙනකු සුව වීමේ

(ii) හරියටම 2 දෙනකු සුව වීමේ

(iii) කිසි කෙනකු සුව නොවීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

17. (*a*) එක්තරා වර්ගයක විදුලි පහනක ආයු කාලය, පැය T,

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{a} e^{-\left(\frac{1}{b}\right)t} & , \quad t \geq 0 \\ 0 & , \quad \text{එසේ නොවන විට,} \end{cases}$$

සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයෙන් ආදර්ශනය කළ හැකි ය; මෙහි a හා b ධන නියත වේ.

$a = b$ බව පෙන්වන්න.

එම වර්ගයේ විදුලි පහන්වලින් 40% ක ආයු කාලය පැය 2000 කට වැඩි බව දී ඇත. a හා b හි පොදු අගය සොයන්න.

T හි ව්‍යාප්ති ශ්‍රිතය සොයා, **ඒ නයින්**, $P(T > t + c | T > c) = P(T > t)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $t \geq 0$ හා c ධන නියතයක් වේ.

(*b*) අධිවේගී මාර්ගයක එක්තරා A ලක්ෂ්‍යයක් පසු කර යන වාහනවල වේග ප්‍රමත ලෙස ව්‍යාප්ත වී ඇති බවට සැලකිය හැකි ය. A ලක්ෂ්‍යය පසු කර යන වාහනවලින් 95% ක් 85 km h^{-1} ට අඩු වේගයෙන් ගමන් කරන බවත්, 10% ක් 55 km h^{-1} ට අඩු වේගයෙන් ගමන් කරන බවත් නිරීක්ෂණ පෙන්නුම් කරයි.

(i) A ලක්ෂ්‍යය පසු කර යන වාහනවල මධ්‍යක වේගය සොයන්න.

(ii) 70 km h^{-1} ට වැඩි වේගයෙන් ගමන් කරන වාහනවල ප්‍රතිශතය සොයන්න.

* * *

Department of Examinations, Sri Lanka.